

SOLUCIONES DE CÓMO CONOCER EL RANGO DE UNA
MATRIZ CON DETERMINANTES

1. Calcula el rango de la matriz B por determinantes.

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 5 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & -7 \\ 3 & -2 & 1 & 17 \\ 0 & 1 & 1 & -4 \end{pmatrix}$$

Suprimimos la tercera columna porque es combinación lineal de las dos primeras: $c_3 = c_1 + c_2$.

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 5 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & -7 \\ 3 & -2 & 1 & 17 \\ 0 & 1 & 1 & -4 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & -7 \\ 3 & -2 & 17 \\ 0 & 1 & -4 \end{pmatrix}$$

Comprobamos si tiene rango mayor o igual que 1, para ello se tiene que cumplir que al menos un elemento de la matriz no sea cero y por tanto su determinante no será nulo, $|2|=2 \neq 0$

Tendrá rango mayor o igual que 2 si existe alguna submatriz cuadrada de orden 2, tal que su determinante no sea nulo.

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 1 \neq 0$$

Tendrá rango mayor o igual que 3 si existe alguna submatriz cuadrada de orden 3, tal que su determinante no sea nulo.

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & -7 \end{vmatrix} = 0 \quad \begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 3 & -2 & 17 \end{vmatrix} = 0 \quad \begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -4 \end{vmatrix} = 0$$

Como todos los determinantes de las submatrices son nulos tiene rango menor que 3, por tanto $r(B) = 2$.