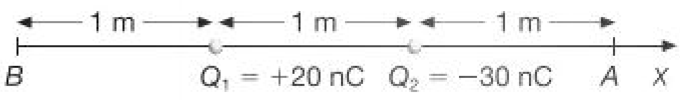
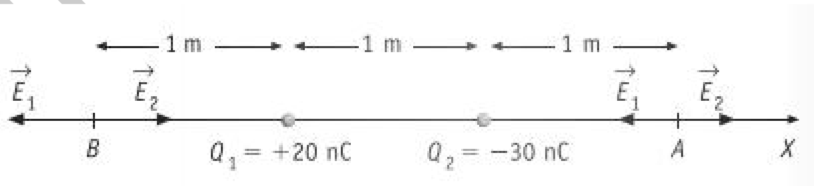
Problemas campo elctrico

1. Calcula el campo en A y en B si Q_1 y Q_2 son cargas puntuales.



Para calcular el campo en los puntos A y B utilizaremos el principio de superposición. Siendo el campo en estos puntos la suma vectorial del campo creado por cada carga. Primero para intentar visualizar mejor el problema dibujaremos los campos eléctricos creados por cada carga puntual. Estos campos se encuentran encima del eje x y su sentido dependerá del signo de la carga. En el caso de carga positiva el campo sale de ella y en las negativas el campo entra hacia ellas.



Empezamos por el punto A.

$$\vec{\mathbf{E}}_{\mathbf{A}} = \vec{\mathbf{E}}_1 + \vec{\mathbf{E}}_2 = \frac{\mathbf{k_e\, q_1}}{\mathbf{x_1^2}}\,\hat{\mathbf{x}} + \frac{\mathbf{k_e\, q_2}}{\mathbf{x_2^2}}\,\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{k_e}\left(\frac{\mathbf{q_1}}{\mathbf{x_1^2}}\,\hat{\mathbf{x}} + \frac{\mathbf{q_2}}{\mathbf{x_2^2}}\,\hat{\mathbf{x}}\right) =$$

$$= \mathbf{8{,}99\cdot 10^9}\,\frac{\mathbf{N}\cdot\cancel{\mathbf{m^2}}}{\mathbf{C}\cdot\cancel{\mathbf{C}}}\left(\frac{\mathbf{20\cdot 10^9}\cancel{\mathbf{C}}}{(\mathbf{2}\cancel{\mathbf{m}})^2}\,\hat{\mathbf{x}} + \frac{\mathbf{-30\cdot 10^9}\cancel{\mathbf{C}}}{(\mathbf{1}\cancel{\mathbf{m}})^2}\,\hat{\mathbf{x}}\right) = \mathbf{-225 N/C}\,\hat{\mathbf{x}}$$

Para el punto B procederíamos de la misma forma.

$$\vec{E}_B = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{k_e\,q_1}{x_1^2}\,\hat{x} + \frac{k_e\,q_2}{x_2^2}\,\hat{x} = k_e\left(\frac{q_1}{x_1^2}\,\hat{x} + \frac{q_2}{x_2^2}\,\hat{x}\right) =$$

$$= 8{,}99 \cdot 10^9 \frac{N \cdot \cancel{m^2}}{C \cdot \cancel{C}}\left(\frac{20 \cdot 10^9 \cancel{C}}{(2\cancel{m})^2}\,(-\hat{x}) + \frac{-30 \cdot 10^9 \cancel{C}}{(1\cancel{m})^2}\,(-\hat{x})\right) = -112{,}5 N/C\,\hat{x}$$

En los dos casos el campo resultante es hacia la izquierda

2. Un campo eléctrico uniforme está dirigido verticalmente hacia arriba, E=20000 N/C, y colocamos dentro una carga Q de masa 5 g. ¿ Cuál es el signo y valor de Q para que el efecto gravitatorio anule el efecto eléctrico?

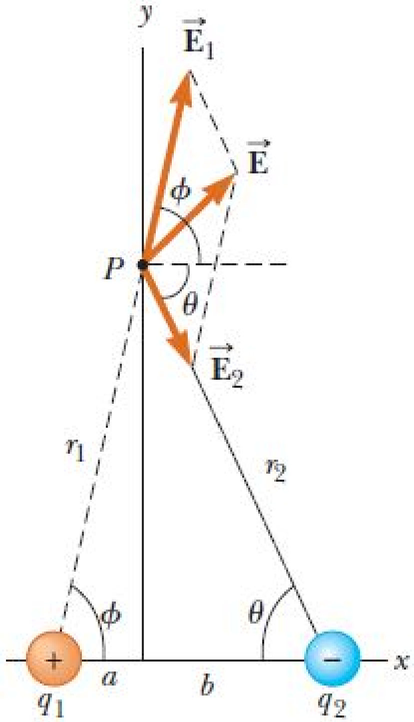
Para resolver este problema debemos recordar algunos conceptos básicos de dinámica. Las fuerzas que actúan sobre la carga de masa igual a 5g son el peso hacia abajo i la fuerza eléctrica. Esta fuerza eléctrica para compensar el peso debe ser de sentido opuesto al peso. Por lo tanto el signo de la carga debe ser positiva ya que si fuera negativa la fuerza tendría el mismo sentido que el peso y no se compensarían.

$$\sum_i \vec{F} = \vec{F_e} - \vec{p} = 0 \rightarrow \vec{F_e} = \vec{p}$$

$$Q\,E = m \cdot g \rightarrow Q = \frac{m \cdot g}{E} = \frac{0{,}005\ kg \cdot 9{,}81\ m/s^2}{20000\ N/C} = 2{,}45 \cdot 10^{-6} C = 2{,}45 \mu C$$

3. Las cargas q_1 y q_2 se ubican en el eje x, a distancias -a y +b, respectivamente, del origen.
a) Encuentra las componentes del campo eléctrico neto en el punto P, que está sobre el eje y a una distancia desconocida y del origen.

Primero haremos un esquema de los datos del problema y la configuración propuesta de las cargas. Para hacerlo tenemos que recordar que los campos son radiales a las cargas y su sentido depende del signo de la misma.



Al tener un sistema de dos carga, como en los otros problemas, utilizamos el principio de superposición. La distancia de la carga al punto es la hipotenusa del triangulo formado por la distancia des del origen a la carga y des del origen al punto P. Por lo tanto, las intensidades del campo eléctrico generado por cada carga al punto P serán:

$$\mathbf{E_1 = k_e \frac{|q_1|}{r_1^2} = k_e \frac{|q_1|}{(\sqrt{a^2+y^2})^2}}$$
$$\mathbf{E_2 = k_e \frac{|q_2|}{r_2^2} = k_e \frac{|q_1|}{(\sqrt{b^2+y^2})^2}}$$

Para conocer el vector resultante lo que haremos es separar los campos de las cargas en sus componentes x e y a través de la funciones trigonométricas con el ángulo.

$$\mathbf{E_1 = k_e \frac{|q_1|}{(\sqrt{a^2+y^2})^2} \cos\phi\,\hat{i} + k_e \frac{|q_1|}{(\sqrt{a^2+y^2})^2} \sin\phi\,\hat{j}}$$
$$\mathbf{E_2 = k_e \frac{|q_2|}{(\sqrt{b^2+y^2})^2} \cos\theta\,\hat{i} - k_e \frac{|q_2|}{(\sqrt{b^2+y^2})^2} \sin\theta\,\hat{j}}$$

El campo resultante, como hemos comentado, lo encontramos haciendo la suma vectorial. Es decir, la componente x del campo en P lo en-

contramos como la suma de las componentes x de los diferentes campos generados por las cargas.

$$\mathbf{E_{px} = k_e \frac{|q_1|}{(\sqrt{a^2+y^2})^2}\ cos\phi\ \hat{i} + k_e \frac{|q_2|}{(\sqrt{b^2+y^2})^2}\ cos\theta\ \hat{i}}$$

$$\mathbf{E_{py} = k_e \frac{|q_1|}{(\sqrt{a^2+y^2})^2}\ sin\phi\ \hat{j} - k_e \frac{|q_2|}{(\sqrt{b^2+y^2})^2}\ sin\theta\ \hat{j}}$$