

SOLUCIONES DE TEOREMA DE ROUCHÉ

1. Explica el teorema de Rouché.

Si $r(A) = r(A') = n^{\circ}$ incógnitas \rightarrow Sistema Compatible Determinado

Si $r(A) = r(A') \neq n^{\circ}$ incógnitas \rightarrow Sistema Compatible Indeterminado

Si $r(A) \neq r(A')$ \rightarrow Sistema Incompatible

2. Utiliza el teorema de Rouché para estudiar la compatibilidad del siguiente sistema.

$$3x - 4y + z = 1$$

$$-x + 2y - z = 3$$

$$x - z = 7$$

$$x - y = 2$$

X, Y, Z = 3 INCÓGNITAS.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{Det} \begin{pmatrix} 3 & -4 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix} = 0 \quad r(A) < 3$$

$$\text{Det} \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = 6 - 4 = 2 \neq 0$$

$$r(A) = 2$$

$$A' = \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 & 3 \\ 1 & 3 & 4 & 7 \\ 1 & -1 & 0 & 2 \end{array} \right)$$

$$\text{Det} \begin{pmatrix} 3 & -4 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 7 \end{pmatrix} = 0 \quad r(A') < 3$$

$$\text{Det} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = 9 + 1 = 10 \neq 0$$

$$r(A') = 2$$

$$2 = 2 \neq 3$$

$r(A) = r(A') \neq n^{\circ}$ incógnitas \rightarrow Sistema Compatible Indeterminado