

**SOLUCIONES DE: COMO ELIMINAR RADICALES DEL DENOMINADOR**

a) Caso en que el denominador contenga una raíz cuadrada, sin adiciones ni sustracciones.

Ejemplo:

Racionalizar:  $\frac{8}{\sqrt{2}}$

Como regla general, multiplicamos y dividimos la fracción por el valor de este denominador, en este caso  $\sqrt{2}$ , de la siguiente manera:

$$\frac{8}{\sqrt{2}} = \frac{8 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{\cancel{2}^2} = \frac{\cancel{8}\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$$

b) Caso en que el denominador contenga una raíz cuadrada, con adiciones o sustracciones.

Ejemplo:

Racionalizar:  $\frac{8}{2 - \sqrt{2}}$

Igual que en el caso anterior, multiplicamos y dividimos la fracción, ahora por  $2 + \sqrt{2}$ , para formar en el denominador una suma por su diferencia (corresponde al conjugado, que es la misma expresión pero con signo contrario), con lo cual dejamos la expresión en:

$$\begin{aligned} \frac{8}{2 - \sqrt{2}} &= \frac{8 \cdot (2 + \sqrt{2})}{(2 - \sqrt{2}) \cdot (2 + \sqrt{2})} = \frac{8(2 + \sqrt{2})}{4 + \cancel{2\sqrt{2}} - \cancel{2\sqrt{2}} - \cancel{2}^2} = \\ &= \frac{8(2 + \sqrt{2})}{4 - 2} = \frac{\cancel{8}(2 + \sqrt{2})}{2} = 4 \cdot (2 + \sqrt{2}) = 8 + 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

c) Caso en que hay una raíz cúbica en el denominador, sin adiciones o sustracciones.

Ejemplo:

Racionalizar:  $\frac{4}{\sqrt[3]{2}} =$

En este caso amplificamos la fracción por  $\sqrt[3]{2^2}$ , para dejar la expresión del siguiente modo:

$$\frac{4}{\sqrt[3]{2}} = \frac{4 \cdot \sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2 \cdot \sqrt[3]{2^2}}} = \frac{4 \cdot \sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^3}} = \frac{4 \cdot \sqrt[3]{2^2}}{2} = 2\sqrt[3]{2^2} = 2\sqrt[3]{4}$$

Racionalizar fracciones con radicales en el denominador sirve, entre otras aplicaciones, para ordenar de mayor a menor (para comparar) dichas fracciones.

Ejemplo:

Ordenar de menor a mayor las siguientes fracciones:

$$x = \frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$y = \frac{1}{1 + \sqrt{2}}$$

$$z = \frac{3}{\sqrt{2} - 1}$$

De acuerdo a lo aprendido arriba, racionalizamos cada una de las fracciones:

$$x = \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2^2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

$$y = \frac{1}{1 + \sqrt{2}} = \frac{1 \cdot (1 - \sqrt{2})}{(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2})} = \frac{1 - \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2} + \sqrt{2} - \sqrt{2^2}} = \frac{1 - \sqrt{2}}{1 - 2} = \frac{1 - \sqrt{2}}{-1} = \frac{1 - \sqrt{2}}{-1} \cdot \frac{-1}{-1} = \frac{-1 + \sqrt{2}}{1} = \sqrt{2} - 1$$

$$z = \frac{3}{\sqrt{2} - 1} = \frac{3 \cdot (\sqrt{2} + 1)}{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)} = \frac{3(\sqrt{2} + 1)}{\sqrt{2^2} + \sqrt{2} - \sqrt{2} - 1} = \frac{3\sqrt{2} + 3}{2 - 1} = 3\sqrt{2} + 3$$

Hecho esto, podemos ordenar de mayor a menor:

$$z = 3\sqrt{2} + 3 > x = \sqrt{2} > y = \sqrt{2} - 1$$

unprofesor.com