

## SOLUCIONES DE PROBLEMAS DE DIVISIBILIDAD CON SOLUCIONES

**1. Tenemos 24 botellas de agua. Queremos envasarlas en cajas que sean todas iguales sin que sobren ni falten botellas. Averigua todas las soluciones posibles.**

Como no queremos que sobren ni falten botellas y queremos repartirlas en cajas iguales, este problema se resuelve calculando los divisores de 24:

$$\text{Div}(24) = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$$

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 1} \\ 00 \end{array} \quad \begin{array}{r} 24 \overline{) 2} \\ 00 \end{array} \quad \begin{array}{r} 24 \overline{) 3} \\ 00 \end{array} \quad \begin{array}{r} 24 \overline{) 4} \\ 00 \end{array} \quad \begin{array}{r} 24 \overline{) 5} \\ 00 \end{array} \quad \begin{array}{r} 24 \overline{) 6} \\ 00 \end{array}$$

Todas las soluciones posibles son:

- 1** caja con **24** botellas
- 2** cajas con **12** botellas cada una
- 3** cajas con **8** botellas cada una
- 4** cajas con **6** botellas cada una
- 6** cajas con **4** botellas cada una
- 8** cajas con **3** botellas cada una
- 12** cajas con **2** botellas cada una
- 24** cajas con **1** botella cada una

2. En una bodega hay 3 toneles de vino, cuyas capacidades son: 250 litros, 360 litros, y 540 litros. Su contenido se quiere envasar en cierto número de garrafas iguales. Calcular las capacidades máximas de estas garrafas para que en ellas se pueden envasar el vino contenido en cada uno de los toneles, y el número de garrafas que se necesitan.

Se trata de repartir (dividir) 250, 360 y 540 litros en garrafas iguales y que sean lo más grandes posibles. Este problema se resuelve calculando el M.C.D.(250, 360, 540)

250		2	360		2	540		2	$250 = 2 \times 5^3$
125		5	180		2	270		2	$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$
25		5	90		2	135		3	$540 = 2^2 \times 3^2 \times 5$
5		5	45		3	45		3	
1			15		3	15		3	
			5		5	5		5	
			1			1			

$$\text{M.C.D. (250, 360, 540)} = 2 \times 5 = 10 \text{ litros}$$

**Solución:** Las garrafas son de 10 litros.

Para averiguar cuántas garrafas se necesitan sumamos el vino de los tres toneles y lo dividimos entre 10:

$$(250 + 360 + 540) : 10 = 1.150 : 10 = 115 \text{ garrafas}$$

**Solución:** Se necesitan 115 garrafas de 10 litros cada una

3. Un jardinero desea colocar 720 plantas de violetas, 240 de pensamientos, 360 de jacintos y 480 de claveles en el menor número posible de planteros que contengan el mismo número de plantas, sin mezclar las mismas. ¿Qué cantidad de plantas debe contener cada plantero y cuántos hay?

Se trata de repartir (dividir) las plantas en planteros que sean lo mayor posibles sin que sobren ni falten plantas. Hay que calcular el M.C.D., de (720, 240, 360 y 480 )

720	2	240	2	360	2	480	2	$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$
360	2	120	2	180	2	240	2	$240 = 2^4 \times 3 \times 5$
180	2	60	2	90	2	120	2	$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$
90	2	30	2	45	3	60	2	$480 = 2^5 \times 3 \times 5$
45	3	15	3	15	3	30	2	
15	3	5	5	5	5	15	3	
5	5	1		1		5	5	
1						1		

$$\text{M.C.D. (720, 240, 360, 480)} = 2^3 \times 3 \times 5 = 8 \times 3 \times 5 = 120 \text{ plantas}$$

**Solución:** En cada plantero caben 120 plantas

Para saber cuántos planteros necesito, sumamos todas las plantas y el resultado lo dividimos entre 120

$$(720 + 240 + 360 + 480) : 120 = 1.800 : 120 = 15 \text{ planteros}$$

**Solución:** Se necesitan 15 planteros de 120 plantas cada uno.

4. Teresa tiene un reloj que da una señal cada 60 minutos, otro reloj que da una señal cada 90 minutos y un tercero que da una señal cada 150 minutos. A las 9 de la mañana los tres relojes han coincidido en dar la señal.
- ¿Cuántas horas, como mínimo, han de pasar para que vuelvan a coincidir?
  - ¿A qué hora volverán a dar la señal otra vez juntos?

Se trata de buscar un múltiplo común de 60, 90 y 150. La primera vez que suenan las señales a la vez se averigua calculando el m.c.m.(60, 90, 150)

60	2	90	2	150	2	$60 = 2^2 \times 3 \times 5$
30	2	45	3	75	3	$90 = 2 \times 3^2 \times 5$
15	3	15	3	25	5	$150 = 2 \times 3 \times 5^2$
5	5	5	5	5	5	
1		1		1		

$$\text{m.c.m.}(60, 90, 150) = 2^2 \times 3^2 \times 5^2 = 4 \times 9 \times 25 = 900 \text{ minutos}$$

$$\begin{array}{r} 900 \text{ minutos} \quad | \quad \underline{60} \\ 300 \qquad \qquad \quad 15 \text{ horas} \\ 00 \end{array}$$

**a) Solución:** Los tres relojes darán la señal a la vez dentro de 15 horas.

**b) Solución:** Sonarán a las 12 de la noche  $9 + 15 = 24:00 = 12 \text{ de la noche}$