SOLUCIONES DE: COMO CALCULAR RADICALES DE NÚMEROS COMPLEJOS

Raíces de un número complejo

Para hallar las raíces de un número complejo se aplica la fórmula de Moivre, teniendo en cuenta que para que dos complejos coincidan han de tener el mismo módulo y la diferencia de sus argumentos ha de ser un múltiplo entero de 360º.

Sea R_a un número complejo y considérese otro complejo $R'_{a'}$, tal que

$$R_a = (R'_{a'})^n = ((R')^n)_{n\,a'}$$

Esto equivale a que $(R')^n = R$, o lo que es lo mismo, que $R' = \sqrt[n]{R}$, y que

Aunque esto parece aportar una infinidad de soluciones, nótese que si a *k* se le suma un múltiplo de *n*, al dividir el nuevo argumento, éste aparece incrementado en un número entero de circunferencias. Por tanto, basta con dar a *k* los valores 1, 2, 3, ..., *n* - 1, lo que da un total de *n* - 1 raíces, que junto a *k* = 0 da un total de *n* raíces.

Ejercicio:

- **Hallar las raíces cúbicas de 8.**

Resolución:

El método descrito permite calcular raíces únicamente en la forma módulo-argumental. Se debe escribir el número 8 en dicha forma:

Como la parte real de 1 es positiva el valor adecuado es a = 0º.

Calculando los valores precisos:

Así, las raíces cúbicas son las que tienen módulo igual a 2 y argumento 0º + 120º*k*, donde *k* puede tomar los valores 0, 1 y 2.

Se tienen pues las tres raíces:

$$2_{0^\circ} = 2(\cos 0^\circ + i\,\mathrm{sen}\, 0^\circ) = 2(1 + 0i) = 2$$

, Hallar las raíces cuartas de 2 + 2*i* .

Resolución:

En primer lugar se calcula el módulo y el argumento de 2 + 2*i* :

$$|2 + 2i| = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8}$$

$tg\ \alpha = \frac{2}{2} = 1$, con lo que $\alpha = 45^\circ$, ya que ha de hallarse en el primer cuadrante.

El módulo de todas las raíces cuartas será $\sqrt[4]{\sqrt{8}} = \sqrt[8]{8}$

Para hallar los argumentos hay que calcular $\frac{45^\circ}{4} = 11^\circ\,15'$ y $\frac{360^\circ}{4} = 90^\circ$.

Dando a *k* los valores 0, 1, 2 y 3 se obtienen las cuatro raíces cuartas de 2 + 2*i*, que son:

$$\sqrt[8]{8}\,(\cos 11^\circ 15' + i\,\text{sen}\,11^\circ 15') = 1{,}297\,(0{,}981 + 0{,}195i) = 1{,}272 + 0{,}253i$$

$$\sqrt[8]{8}\,(\cos 101^\circ 15' + i\,\text{sen}\,101^\circ 15') = 1{,}297\,(-0{,}195 + 0{,}981i) = -0{,}253 + 1{,}272i$$

$$\sqrt[8]{8}\,(\cos 191^\circ 15' + i\,\text{sen}\,191^\circ 15') = 1{,}297\,(-0{,}981 - 0{,}195i) = -1{,}272 - 0{,}253i$$

$$\sqrt[8]{8}\,(\cos 281^\circ 15' + i\,\text{sen}\,281^\circ 15') = 1{,}297\,(0{,}195 - 0{,}981i) = 0{,}253 - 1{,}272i$$