

EJERCICIOS DE OPTIMIZACIÓN CON DERIVADAS

1. Realiza el siguiente ejercicio

Considera una elipse con radios horizontal y vertical de medidas 6 y 4, respectivamente. Suponemos que la elipse está centrada en el origen.

- Dibuja la elipse.
- Encuentra la ecuación de la curva de la elipse.
- Encuentra cuál es el área del rectángulo más grande que podamos dibujar dentro de la elipse.

Indicación : Si el rectángulo está dentro de la elipse, sus 4 vértices estarán en su curva, cada uno en uno de los 4 cuadrantes. Dado un punto del rectángulo, sabrías dibujar el rectángulo entero, ¿no? Entonces, dado un punto de los 4, sabrías encontrar los otros 3. Céntrate entonces en intentar encontrar una fórmula del área de tu rectángulo sabiendo solo uno de los 4 puntos.

2. Realiza el siguiente ejercicio

Tengo plantados 400 cerezos en mi campo de conreos. Mi objetivo es venderlos y llevarme el máximo beneficio.

Ahora mismo (año 0), cada cerezo lo puedo vender por 2000€. Cada año que espere, pero, subirán de precio 50€, pero se me morirá un cerezo. Por ejemplo, en el año 10, tendré 390 cerezos, pero los podré vender a 2500€ cada uno.

¿En qué año debo venderlos para obtener el máximo beneficio?

Indicación : El beneficio depende del precio de venta de los cerezos y de la cantidad de éstos que vendo. Ambas cosas dependen del número de años que me espere. Intenta tirar por ahí.

3. Realiza el siguiente ejercicio

Tenemos que construir una pirámide cuadrangular (una pirámide de base cuadrada) con cartón.

Necesitamos que el volumen de ésta sea de $v = 120$ (cm³), pero queremos usar el mínimo cartón posible. O sea, queremos minimizar el área total de todas su superficies (su base y sus 4 triángulos).

- a) Encuentra la expresión $A(l, h)$ del área total de la pirámide.
- b) Encuentra las dimensiones de la pirámide para minimizar esta área. ¿Cómo mínimo, cuanta superficie de cartón necesitaremos para construir la pirámide?

Indicación : Primero dibuja la pirámide para empezar a visualizar el problema. Recuerda que solo necesitas h , la altura de la pirámide y l , el lado de la base de la pirámide.

Necesitarás saber también que el volumen de una pirámide cuadrangular es $v = \frac{h \cdot l^2}{3}$, donde h es la altura de la pirámide y l es el lado de la base de la pirámide.