SOLUCIONES DE LA REGLA DEL COCIENTE

1. **Deriva las siguientes funciones**

   a) Solución : Hay que derivar la siguiente función :

$$g(x) = \frac{1}{f(x)}$$

Es, en el fondo, un cociente de funciones $\frac{a(x)}{b(x)}$ donde :

$$a(x) = 1 \qquad b(x) = f(x)$$

Entonces podemos aplicar la regla del cociente. Derivamos a y b :

$$a'(x) = 0 \qquad b'(x) = f'(x)$$

Construimos la derivada de g según la fórmula de la regla del cociente :

$$g'(x) = \frac{a'(x) \cdot b(x) - a(x) \cdot b'(x)}{\big(b(x)\big)^2} = \frac{0 \cdot f(x) - 1 \cdot f'(x)}{(f(x))^2} = \frac{-f'(x)}{(f(x))^2}$$

b) Solución : Hay que derivar esta función sin mirar la tabla :

$$g(x) = tg(x)$$

Sin la tabla parece imposible, ya que parece una función elemental, pero, si recordamos un poco de trigonometría, vemos que la tangente es :

$$g(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$$

¡En el fondo no es más que un cociente de funciones que sabemos derivar! Apliquemos entonces la regla del cociente. Escogemos las siguientes funciones para a y b :

$$a(x) = \sin(x) \qquad b(x) = \cos(x)$$

Las derivamos :

$$a'(x) = \cos(x) \qquad b'(x) = -\sin(x)$$

Y construimos la derivada de g tal como dice la fórmula :

$$g'(x) = \frac{a'(x) \cdot b(x) - a(x) \cdot b'(x)}{\left(b(x)\right)^2} = \frac{\cos(x) \cdot \cos(x) - \sin(x) \cdot (-\sin(x))}{(\cos(x))^2}$$
$$= \frac{cos^2(x) + sin^2(x)}{cos^2(x)}$$

A partir de aquí tenemos dos opciones. Una es darnos cuenta de que en el numerador de la fracción tenemos $cos^2(x) + sin^2(x)$, y esto, recordando trigonometría básica, vemos que vale 1, así que :

$$g'(x) = \frac{cos^2(x) + sin^2(x)}{cos^2(x)} = \frac{1}{cos^2(x)}$$

La otra opción es simplemente aplicar la propiedad distributiva. Si lo hacemos y seguimos el proceso siguiente, obtenemos :

$$g'(x) = \frac{cos^2(x) + sin^2(x)}{cos^2(x)} = \frac{cos^2(x)}{cos^2(x)} + \frac{sin^2(x)}{cos^2(x)} = 1 + (\frac{\sin(x)}{\cos(x)})^2 = 1 + tg^2(x)$$

2. Deriva las siguientes funciones

Soluciones :

$$a'(x) = \frac{1}{(1+x^2)^2}$$

$$b'(x) = \frac{1-\ln(x)}{x^2}$$

$$c'(x) = \frac{-\cos(x)}{sin^2(x)}$$

$$d'(x) = -\frac{1}{2x\sqrt{x}\sqrt{1+x}}$$

$$e'(x) = e^x$$

$$f'(x) = \frac{1}{6\sqrt[6]{x^5}}$$

$$g'(x) = \frac{2x}{(1-x^2)^2}$$

$$h'(x) = \frac{-2\mathrm{x}}{(1+x^2)^2}$$

$$i'(x) = \frac{\arccos(\mathrm{x}) + \arcsin(x)}{\sqrt{1-x^2} \cdot (\arccos(x))^2}$$

$$j'(x) = -\frac{2x(x^2+1)}{(x^2-1)^3}$$

$$k'(x) = \frac{67x^{66}}{9^{73}}$$