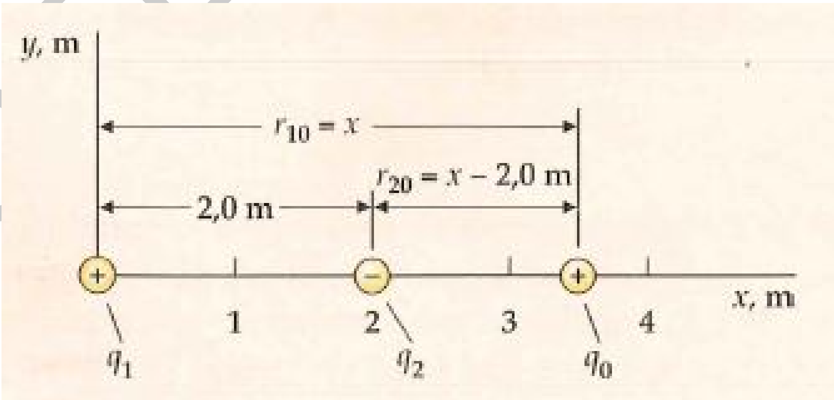
Problemas Ley de Coulumb

1. Tres cargas puntuales se encuentran sobre el eje x; q_1 està en el origen, q_2 en x=2 m y q_0 en x, x>2m).

Determinar la fuerza neta sobre q_0 ejercida por q_1 y q_2 si q_1=+25nC, $q_2 = -10\ nC$, $q_0 = +20\ nC$ y x=3,5 m.

La fuerza neta sobre $\mathbf{q_0}$ es la suma de las fuerzas ejercidas por la carga $\mathbf{q_1}$, $\mathbf{F_{10}}$ y $\mathbf{q_2}$, $\mathbf{F_{20}}$. Estas fuerzas $\mathbf{F_{10}}$ y $\mathbf{F_{20}}$ las determinaremos a partir de la ley de Coulomb.

Primero, como siempre debemos hacer, dibujamos un croquis del sistema de cargas.



Se debe notar que las cargas se encuentran encima del eje x. Por lo tanto las fuerzas se encontraran también encima del eje x, teniendo por lo tanto solo componente x.

Vamos a calcular primero la fuerza ejercida por la carga $\mathbf{q_1}$, $\mathbf{F_{10}}$. Recordando de pasar las cargas de nC a C con un factor de conversión y viendo como la distancia entre las dos cargas es de $\mathbf{r_{10} = 3,5m}$:

$$F_{10} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{q_0 q_1}{r_{10}^2} = 8,99 \cdot 10^9 \ \frac{N \cdot \cancel{m^2}}{\cancel{C^2}} \ \frac{20 \cdot 10^{-9}\cancel{C} \cdot 25 \cdot 10^{-9}\cancel{C}}{3{,}5^2\cancel{m^2}} = 0,37 \cdot 10^{-6}N$$

Como se ha comentado la fuerza se encuentra en la dirección x y al ser cargas del mismo signo se repelerán. Es decir la fuerza intentara alejar la carga q_0 de q_1. Por lo tanto, estará dirigida en sentido de las x positivas.

Para el caso de la fuerza F_{20} procederemos de la misma forma. En este caso la distancia entre las dos cargas es de $r_{20} = 3,5m - 2m = 1,5m$

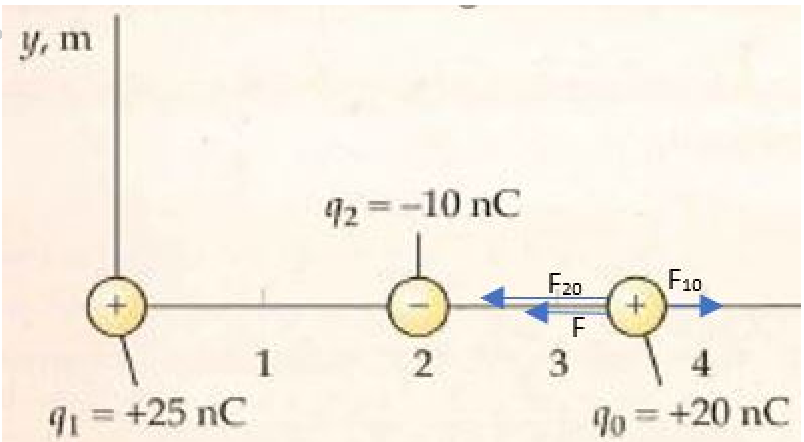
$$F_{20} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{q_0 q_2}{r_{20}^2} = 8,99 \cdot 10^9 \ \frac{N \cdot \cancel{m^2}}{\cancel{C^2}} \ \frac{20 \cdot 10^{-9}\cancel{C} \cdot (-10 \cdot 10^{-9}\cancel{C})}{1,5^2\cancel{m^2}} = -0,80 \cdot 10^{-6}N$$

Vemos que nos sale un valor negativo para la fuerza. Básicamente esto es debido a que las cargas son de signo contrario y por lo tanto la fuerza será atractiva. Esto queda reflejado con una fuerza en la dirección de las x negativas, ya que intenta juntar la carga q_0 con la q_1.

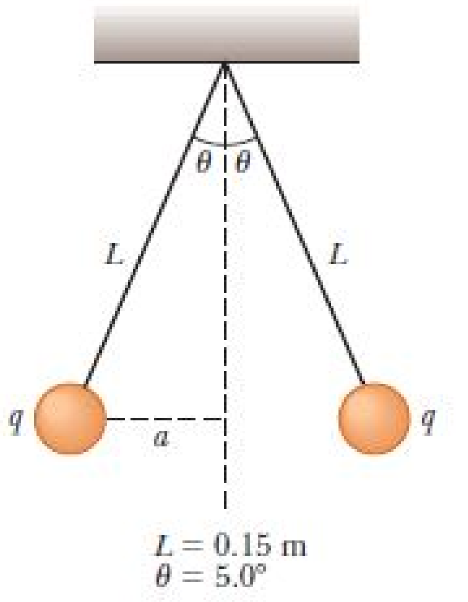
Finalmente solo nos queda sumar las dos fuerzas para conseguir la fuerza neta sobre q_0.

$$F = F_{10} + F_{20} = 0,37 \cdot 10^{-6}N - 0,80 \cdot 10^{-6}N = -0,43 \cdot 10^{-6}N$$

Nos sale que la fuerza neta es negativa, es decir, es atractiva. Esta fuerza estará dirigida en la dirección de las x negativas.

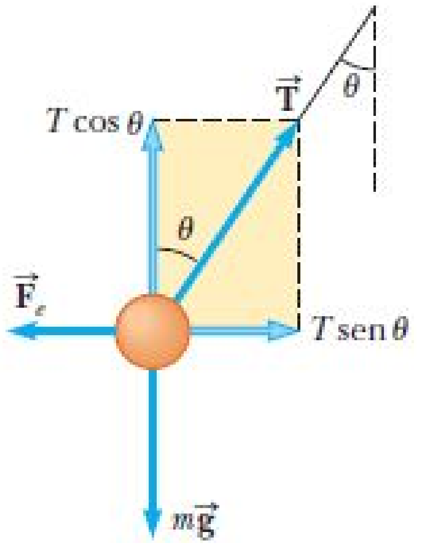


2. Dos pequeñas esferas idènticas cargadas, cada una con una massa de $3{,}0 \cdot 10^{-2}$ kg, cuelgan en equilibrio como se muestra en la figura inferior. La longitud de cada cuerda es 0.15m y el ángulo $\theta = 5{,}0^{o}$. Encuentra la magnitud de la carga de cada esfera.



La figura nos permite tener una mejor visión del problema. Las dos cargas al ser del mismo signo se van a repeler y en equilibrio formará cada una un angulo respecto a la vertical. Para conocer el valor de estas cargas vamos a aplicar la ley de Coulomb. Pero al tener las cargas justamente como incógnitas vamos a tener que buscar primero el valor de la fuerza eléctrica para después encontrar el valor de las cargas.

Primero procederemos a dibujar un diagrama con las fuerzas que actúan sobre las cargas. En este caso solo se hará para la carga de la izquierda, pero para la carga de la derecha precederíamos de la misma forma. En la figura, como se ve, se ha descompuesto la tension T en sus componentes T_x y T_y a partir de la relación que existe entre T y sus componentes con el angulo (trigonometría).



El siguiente paso es aplicar la segunda ley de newton $\sum \tilde{\mathrm{F}} = \mathrm{m}\tilde{\mathrm{a}}$. Al estar en equilibrio el sumatorio de fuerzas lo igualaremos a zero ya que no hay aceleración, las cargas están en equilibrio.

$$\begin{aligned} \sum \mathbf{F_x} = \mathbf{T_x} - \mathbf{F_e} = \mathbf{T}\,\mathbf{sen}\theta - \mathbf{F_e} = \mathbf{0} \rightarrow \mathbf{T}\,\mathbf{sen}\theta = \mathbf{F_e} \\ \sum \mathbf{F_y} = \mathbf{T_y} - \mathbf{mg} = \mathbf{T}\,\mathbf{cos}\theta - \mathbf{mg} = \mathbf{0} \rightarrow \mathbf{T}\,\mathbf{cos}\theta = \mathbf{mg} \end{aligned} \tag{1}$$

De las dos relaciones que obtenemos podemos dividirlas entre si para que de esta forma se nos simplifique T i nos quede la tangente. Ya que $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$. De la expresión resultante vamos a poder saber la fuerza eléctrica $\mathrm{F_e}$.

$$\mathbf{tan}\theta = \frac{\mathbf{F_e}}{\mathbf{mg}} \rightarrow \mathbf{F_e} = \mathbf{mg} \cdot \mathbf{tang}\theta \tag{2}$$

La cual para saber su valor solo tendré que sustituir los valores numéricos.

$$\mathbf{F_e} = (\mathbf{3{,}0} \cdot \mathbf{10^{-2}kg})(\mathbf{9{,}8m/s^2})\mathbf{tan}(\mathbf{5^o}) = \mathbf{2{,}6} \cdot \mathbf{10^{-2}N} \tag{3}$$

Una vez ya hemos encontrado el valor de la fuerza eléctrica solo nos falta encontrar la distancia entre elles para sustituirlo todo en la ecuación de la ley de Coulomb y aislar las cargas. La distancia la vamos a encontrar utilizando básicamente trigonometría. La distancia es dos veces la variable a definida en el dibujo la cual es uno de los catetos

del triangulo donde la longitud L de la cuerda es la hipotenusa. El seno es la función trigonométrica que nos une estas dos variables con el angulo.

$$\mathbf{sen\theta = \frac{a}{L} \rightarrow a = L\ sen\theta = (0{,}15m)\ sen(5{,}0^o) = 0{,}013m} \tag{4}$$

Una vez ya lo tengo todo para poder encontrar las cargas las aíslo y sustituyo los valores numéricos encontrados. Cabe notar antes que las dos cargas son idénticas.

$$\mathbf{F_e = K_e\frac{|q|^2}{r^2} \rightarrow |q| = \sqrt{\frac{F_e\ r^2}{k_e}} = \sqrt{\frac{F_e\ (2a)^2}{k_e}} =} \tag{5}$$
$$\mathbf{= \sqrt{\frac{(2{,}6\cdot 10^{-2}\cancel{N})\ (2\cdot 0{,}013\ \cancel{m})^2}{8{,}99\cdot 10^9\cancel{N}\ \cancel{m^2}/C^2}} = 4{,}4\cdot 10^{-8}C}$$

Cabe notar que no podemos saber el signo de las cargas solo sabemos que las dos son del mismo signo pero no si es positivo o negativo, solo podemos saber el valor absoluto de su carga. Además se tiene que ver que si las cargas fueran de distinto valor, es decir no sean idénticas, la simetría del problema seguiría existiendo y tendría el mismo angulo en cada lado de la vertical. La simetría del problema desaparecería si las masas de las cargas fueran distintas.